

## 利用計算器操作微分的應用

### 一、GEOGEBRA 程式簡介

GeoGebra 是一個結合「幾何」、「代數」與「微積分」的動態數學軟體，它是由美國佛羅里達州亞特蘭大學的數學教授 Markus Hohenwarter 所設計的。

一方面來說，GeoGebra 是一個動態的幾何軟體。您可以在上面畫點、向量、線段、直線、多邊形、圓錐曲線，甚至是函數，事後你還可以改變它們的屬性。

另一方面來說，您也可以直接輸入方程式和點座標。所以，GeoGebra 也有處理變數的能力（這些變數可以是一個數字、角度、向量或點坐標），它也可以對函數作微分與積分，找出方程式的根或計算函數的極大極小值。所以 GeoGebra 同時具有處理代數與幾何的功能。

軟體名稱：GeoGebra

官方網址：<http://www.geogebra.org/cms/>

下載網址：<http://www.geogebra.org/cms/en/download>

使用限制：無

語言介面：英文/繁體中文/簡體中文等多國語言

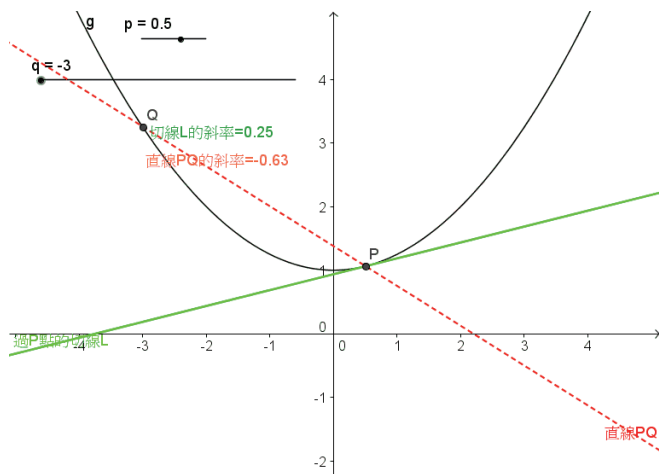
使用須知：

1. 只要您遵守這裡的版權聲明，您就可以免費使用這裡的所有資源。
2. 使用 GeoGebra 之前，一定要先確定你的電腦中已經安裝了 Java 才行，否則將無法執行。

### 二、利用 GEOGEBRA 呈現切線的幾何意義：

第 2-4 節中介紹了函數  $f(x)$  在  $x=a$  處導數的幾何意義為通過點  $(a, f(a))$  切線之斜率。在此利用 GEOGEBRA 程式，可以動態地呈現切線的幾何意義。

利用本書所附之檔案【割線與過 P 點的切線.gif】，可觀察到點  $Q$  沿著函數  $f(x)$  的圖形趨近點  $P$  時，直線  $PQ$  會逐漸地與切線  $L$  重合。



此外，也可以利用 GEOGEBRA 程式開啟【割線與過 P 點的切線.ggb】檔案，自行變化點  $P$  所在的位置，並拉動點  $Q$ ，觀察切線  $L$  與直線  $PQ$  的接近情形與斜率的變化。

當點  $Q$  沿著函數  $f(x)$  的圖形趨近點  $P$  時，直線  $PQ$  會逐漸地與切線  $L$  重合，同時直線  $PQ$  的斜率逐漸的接近切線  $L$  的斜率。

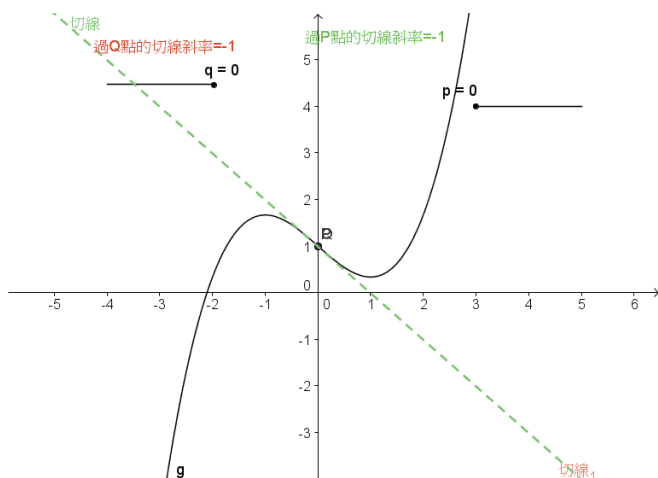
### 三、利用 GEOGEBRA 呈現二階導函數的幾何意義：

2-5 介紹了函數  $f(x)$  在  $x=a$  處的二階導數的幾何意義：當  $f''(a) > 0$ （或  $< 0$ ）時，函數  $f(x)$  的圖形在  $x=a$  處附近凹口向上（或下）。在此利用 GEOGEBRA 程式，可以動態地呈現此一幾何意義。

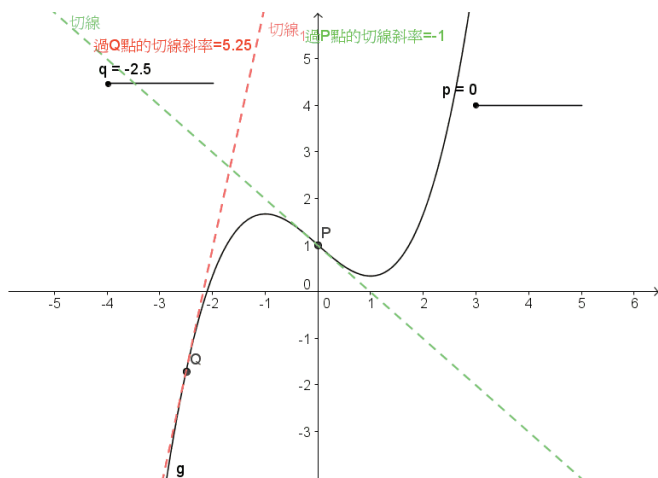
$f(x)$  的二階導函數  $f''(x)$  是一階導函數  $f'(x)$  的導數，因此若在區間內  $f''(x) > 0$ ，可得  $f'(x)$  在區間  $(a, b)$  內為遞增函數。

假設函數  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + 1$  及函數圖形上一個動點  $P$ ，若直線  $L$  為過點  $P$  且與函數  $f(x)$  相切，則  $L$  之斜率為  $f'(x)$ ，利用本書所附之檔案【二階導函數與函數圖形的凹口方向(斜率遞增).gif】，可觀察到在區間

(0,2.5)內， $f''(x) > 0$ ，則切線 $L$ 的斜率遞增，則此時函數 $f(x)$ 的圖形凹口向上。



同樣地，利用檔案【二階導函數與函數圖形的凹口方向(斜率遞減).gif】，可觀察到在區間 $(-2.5,0)$ 內， $f''(x) < 0$ ，則過點 $Q$ 的切線 $L$ 之斜率遞減，則此時函數 $f(x)$ 的圖形凹口向下。



此外，也可以利用 GEOGEBRA 程式開啟【二階導函數與函數圖形的凹口方向.ggb】檔案，自行拉動點 $P$ 或點 $Q$ ，觀察切線斜率遞增（或遞減）與函數 $f(x)$ 圖形凹口方向的關係。